Exercices Série 4

1) Trouvez tous les nombres premiers dans le tableau suivant

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2) Calculez le PPCM et le PGCD de 3780, 792.

3) Prouvez que $a + b \bmod n = [(a\ mod\ n) + (b\ mod\ n)]\ mod\ n$

Réponses

1) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

2) $PGCD(3780, 792) = 36$ et PPCM = $\frac{3780 \times 792}{36} = 3780 \times \frac{792}{36} = 3708 \times 22 = 83160.$

3) Posons $a + b \bmod n = x$, il existe donc un $k \in \mathbb{N}$ tel que $a + b = k \times n + x$.
Posons $a\ mod\ n = x_a$ et $b\ mod\ n = x_b$, on a donc qu'il existe $k_a, k_b \in \mathbb{N}$ tels que
$a = k_a \times n + x_a$ et $b = k_b \times n + x_b$. Donc
$a + b = k_a \times n + x_a + k_b \times n + x_b = (k_a + k_b) \times n + (x_a + x_b)$.
Prenons l'égalité ci-dessus modulo n, alors les multiples de n disparaissent et il nous reste que
$a + b \bmod n = (x_a + x_b)\ mod\ n = [(a\ mod\ n) + (b\ mod\ n)]\ mod\ n$. □